

Cours Treillis

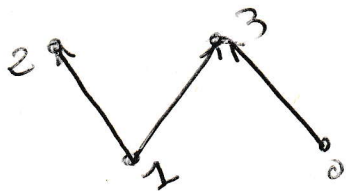
①

Soit un ensemble E muni d'une relation d'ordre \leq . (E, \leq) est un treillis si et seulement si: tout couple (x, y) admet une borne supérieure et une borne inférieure.

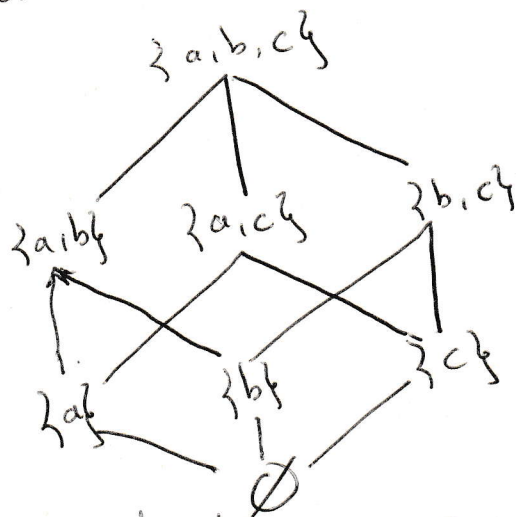
(on les note respectivement $x \vee y$ et $x \wedge y$)

(Rappelons qu'une borne supérieure est le plus petit majorant s'il existe)

Ex 1: le diagramme de Hasse suivant n'est pas un treillis car 2 et 3 n'ont pas de borne sup.



Ex 2: l'inclusion sur les parties de $X = \{a, b, c\}$ est un treillis



on a:

$$\{a\} \vee \{b\} = \{a, b\}$$

$$\{a\} \vee \{c\} = \{a, c\}$$

$$\dots$$

$$\{a, b\} \vee \{c\} = \{a, b, c\}$$

$$\{a, b\} \wedge \{c\} = \emptyset$$

Dans ce genre de diagramme

on a: $\text{Sup}(A, B) = A \vee B = A \cup B$ ← ici c'est l'union de A et B
 $\text{Inf}(A, B) = A \wedge B = A \cap B$ ← ici c'est l'intersection de A et B.