

## Algèbre de Boole - TD 3 - 2006-2007

Université de Bourgogne - Licence 2 - Dépt IEM

**Exercice 0 : Tables de vérités** Donner les tables de vérités et les formes normales disjonctives des fonctions booléennes d'arité 3 suivantes.

$$f_1(a, b, c) = ab \vee \bar{a}c$$

$$f_2(a, b, c) = ab \vee bc \vee ca$$

$$f_3(a, b, c) = a(b \vee \bar{a}) \vee c$$

$$f_4(a, b, c) = abc \vee \bar{a}\bar{c}$$

**Exercice 1 :** On considère les deux fonctions booléennes d'arité 4 suivantes:

$f(a, b, c, d) = (a \vee d)(b \vee c)$  et  $g(a, b, c, d) = (a \vee c)(\bar{b} \vee d)$ . Donner les diagrammes de Karnaugh de  $f$  et  $g$  et en déduire celui de la fonction  $h$  définie par :

$$h = fg \vee \bar{f}\bar{g}. \text{ Donner une formule simplifiée de } h.$$

**Exercice 2 :** Soit  $f$  une fonction booléenne à  $n$  variables. On appelle duale de  $f$  la fonction booléenne notée  $f^*$  et définie par:  $f^*(b_1, \dots, b_n) = \overline{f(\bar{b}_1, \dots, \bar{b}_n)}$ .

- Déterminer  $f^*$  pour chacune des fonction booléenne d'arité 2.
- Calculer  $f^*$  pour les fonctions constantes 0 et 1 d'arité  $n$ .
- Que dire de  $(f^*)^*$ ,  $(f \vee g)^*$ , et  $(fg)^*$ .
- Comparer  $(\bar{f})^*$  et  $(f^*)^*$ .

**Exercice 3 :** Construire le diagramme de Hasse de l'algèbre de Boole dont les atomes sont  $a, b, c$  et  $d$ .

\* Un monome est une expression du type

$$x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \dots \wedge x_n$$

où les  $x_i$  sont possiblement complémentés  $\bar{x}_i$

\* Une forme disjonctive plusieurs monomes

est ~~le~~ le sup de (exemples :  $(x \wedge \bar{y}) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z)$ )