

Relations d'ordres - Treillis - TD 2 - 2006-2007

Université de Bourgogne - Licence 2 - Dépt IEM

Exercice 1 : Treillis Soit X l'ensemble des bons parenthésages de taille 6. Exemple: $()()()$ ou $((()))$. On dit qu'un parenthésage couvre un autre si le premier se transforme en le deuxième par une transformation $)(- - - > ()$.

- Dessiner le diagramme de Hasse
- En considérant le nombre de parenthèses ouvrantes situées avant chaque parenthèses fermantes, donnez un codage de chaque parenthésage.
- Déduire de ce codage le sup et l'inf de deux éléments quelconque.
- Est-ce un treillis?
- est-il distributif?

Exercice 2 : Treillis distributif

Dessiner le diagramme de Hasse de D_{25} et D_{6409} . Montrer qu'il est distributif. Y a t il des elements non complémentés? si oui lesquels? Donner une condition nécessaire et suffisante pour que le treillis soit complémenté.

Exercice 3 : Soit E un ensemble. Pour tout entier naturel n , on note $[n] = \{0, 1, \dots, n\}$ et $[n]^E$ l'ensemble des applications de E dans $[n]$. Si f et g sont deux telles applications, on note $f \leq g$ ssi pour tout élément x de E , $f(x) \leq g(x)$. Montrer que, muni de cette relation, l'ensemble $[n]^E$ est un treillis distributif. Est-il complémenté?