

# TD 1

①

Ex 1: (a) Reflexivité:  $\forall x \in \mathbb{R}$  on a:  $|x| = |x|$  donc  
 $\forall x \in \mathbb{R} \quad x \mathcal{R} x$  donc Reflexivité

Symétrie:  $\forall x, y \in \mathbb{R}$  lorsque  $x \mathcal{R} y$  on a  $|x| = |y|$   
donc  $|y| = |x|$  donc  $y \mathcal{R} x \Rightarrow$  Symétrie

Transitivité: Si  $x \mathcal{R} y$  alors }  $|x| = |y| \Rightarrow |x| = |z|$   
 $y \mathcal{R} z$  }  $|y| = |z|$   $\Downarrow$   
Transitivité

Antisymétrie: Soit  $x = 2$  et  $y = -2$   
on a  $|x| = |y|$  et  $|y| = |x|$   
donc  $x \mathcal{R} y$  et  $y \mathcal{R} x$  et pourtant  
 $x \neq y$  donc pas Antisymétrique

(b) Idem que (a)

(c) Reflexivité:  $\forall x \in \mathbb{R} \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$  donc  $x \mathcal{R} x$ .

Symétrie: Si  $x \mathcal{R} y$  alors  $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$

$$\text{Donc } 1 - \cos^2 x + 1 - \sin^2 y = 1$$

$$\text{Donc } \sin^2 y + \cos^2 x = 1 \Rightarrow y \mathcal{R} x \Rightarrow \text{Symétrie}$$

Transitivité: Si  $x \mathcal{R} y$  et  $y \mathcal{R} z$  alors }  $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$   
}  $\sin^2 y + \cos^2 z = 1$

donc en additionnant les 2 équations on a:

$$\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 y + \sin^2 y + \cos^2 z}_{1} = 2 \Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 z = 1$$

$$\Rightarrow x \mathcal{R} z \Rightarrow \text{Transitivité}$$

Antisymétrie: on prend  $x = \frac{\pi}{2}$  et  $y = \frac{\pi}{2}$   
On a: bien }  $\sin^2 \frac{\pi}{2} + \cos^2 \left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$  et on a  $x \neq y$   
}  $\sin^2 \left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos^2 \frac{\pi}{2} = 1$  donc pas antisymétrique.