ⓑ Pour montrer que c'est une relation d'ordre total ②

on a 2 méthodes :

① Montrer que toute partie non vide possède un plus petit element.

② Montrer que si on prend (a,b) et (α,β) quelconque alors (a,b) et (α,β) sont comparables

on choisit ici la seconde methode.

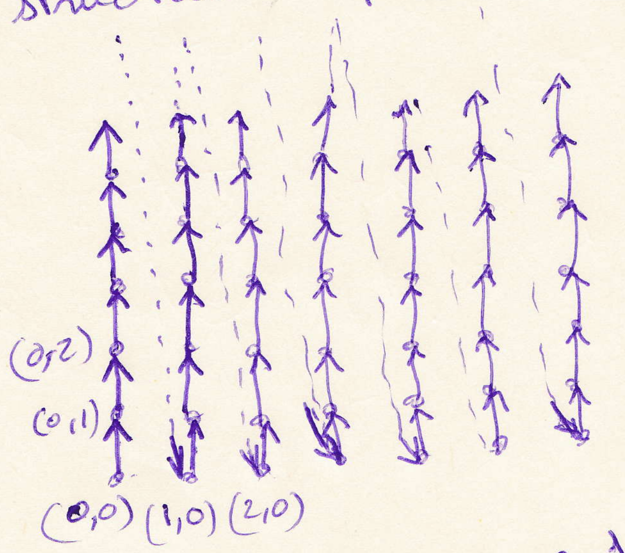
si $a<\alpha$ alors par definition $(a,b) \mathcal{R} (\alpha,\beta)$

si $\alpha<a$ alors ——— $(\alpha,\beta) \mathcal{R} (a,b)$

si $a=\alpha$ alors $\begin{cases} \text{si } b\leq\beta \text{ alors } (a,b) \mathcal{R} (\alpha,\beta) \\ \text{si } \beta<b \text{ alors } (\alpha,\beta) \mathcal{R} (a,b) \end{cases}$

donc (a,b) et (α,β) sont toujours comparables

Dessinons le diagramme de Hasse en conservant la structure des points dans le plan.



ⓒ • $(k,0)$ pour $(k\geq 0)$ ne sont pas successeurs d'un autre element.

• (k,l) pour $l>0$ est successeur de $(k,l-1)$