

$$G = \{3, 9, 27, 243\}$$



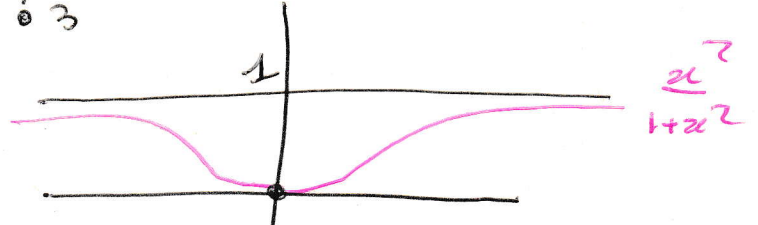
Diagramme de Hasse

(4)

$$F = \left\{ \frac{x^2}{1+x^2} \mid x \in \mathbb{R} \right\}$$

$$= [0, 1[$$

$[0, 1[$



Exercices

$$(a, b) \leq (c, d) \Leftrightarrow \begin{cases} a+b < c+d \\ \text{ou} \\ a+b = c+d \text{ et } b \leq d \end{cases}$$

Reflexivité

on a $a+b = a+b$ et $b \leq b$ donc $(a, b) \leq (a, b) \Rightarrow$ reflexe

Antisymétrie

$$\begin{cases} (a, b) \leq (c, d) \\ (c, d) \leq (a, b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b < c+d \text{ (1)} \\ \text{ou} \\ a+b = c+d \text{ et } b \leq d \text{ (2)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c+d < a+b \text{ (3)} \\ \text{ou} \\ c+d = a+b \text{ et } d \leq b \text{ (4)} \end{cases}$$

(1) et (3) est impossible

(2) et (3) est impossible

(1) et (4) est impossible

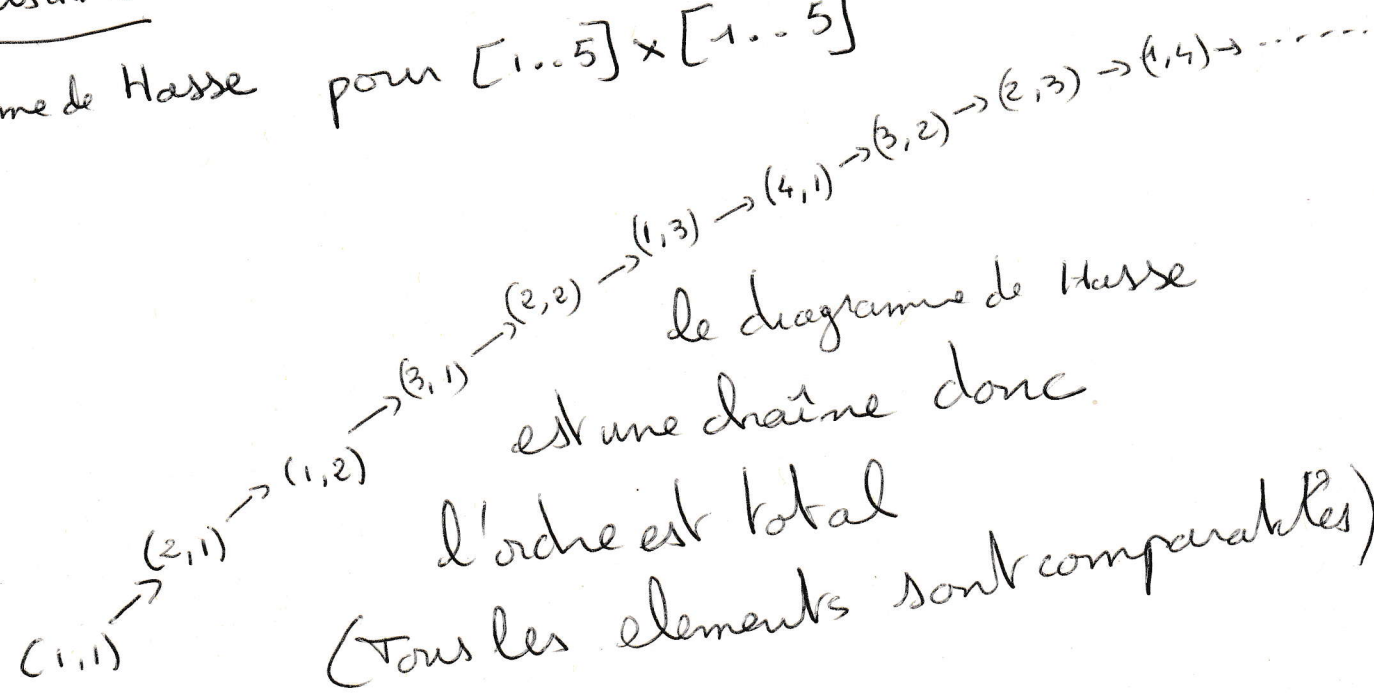
(2) et (4) $\Rightarrow a+b = c+d$ et $b = d$

$\Rightarrow a = c$ et $b = d$

$\Rightarrow (a, b) = (c, d) \Rightarrow$ Antisymétrie

Transitivité : A vous...

Diagramme de Hasse pour $[1..5] \times [1..5]$



le diagramme de Hasse est une chaîne donc l'ordre est total (tous les éléments sont comparables)