

Suivons le cours ensemble

Relation d'ordre

Diapo 1:

Relation d'ordre = relation $\left\{ \begin{array}{l} \text{Reflexive} \\ \text{Antisymétrique} \\ \text{Transitive} \end{array} \right.$

Un élément y couvre un élément x si :

et $x < y$

+ il n'existe pas z tq $x < z < y$

On dit aussi que y est un successeur de x .

Ensemble des parties de E

Exemples

\subseteq est une relation d'ordre sur $\mathcal{P}(E)$

Reflexivité :

$A \subseteq A \Rightarrow A \leq A \Rightarrow$ Reflexif.

Antisym :

Si $\left. \begin{array}{l} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{array} \right\} \Rightarrow A = B$ donc Antisymétrique.

Transitivité :

Si $\left. \begin{array}{l} A \subseteq B \\ B \subseteq C \end{array} \right\}$ alors $A \subseteq C \Rightarrow A \leq C \Rightarrow$ transitive

$<$ n'est pas une relation d'ordre sur \mathbb{R} car

$<$ n'est pas réflexif (on n'a pas $x < x$)

La relation $a \leq b \Leftrightarrow a$ divise b dans \mathbb{N} est une relation d'ordre

Reflexivité

$a \leq a$ car a divise a .

Antisym

$\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ b \leq a \end{array} \right\} \Rightarrow a = b$ dans \mathbb{N} donc Antisymétrique.

Transitivité

$\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ b \leq c \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a \text{ divise } b \\ b \text{ divise } c \end{array} \right\} \Rightarrow a \text{ divise } c \Rightarrow$ Transitive.