



CM Algèbre de Boole

①

Def: Algèbre de Boole = Treillis distributif
complementaire

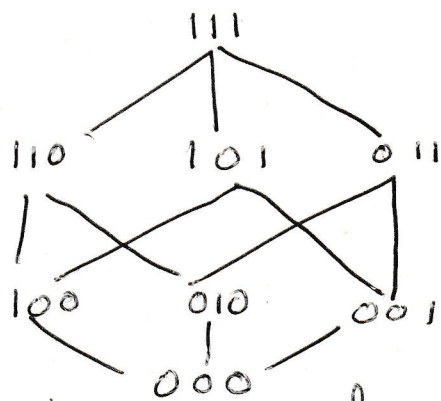
Je rappelle qu'un treillis est distributif

$$\text{si et seulement si } \begin{cases} x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z) \\ x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z) \end{cases}$$

ce qui est équivalent à ce que le diagramme de Hasse ne contient pas de pentagones  et de diamants 

Exemple: Sur $B_n = \{0, 1\}^n = \{ \text{mots binaires de taille } n \}$
 $w_1, w_2, \dots, w_n \leq v_1, v_2, \dots, v_n \Leftrightarrow w_i \leq v_i \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}$

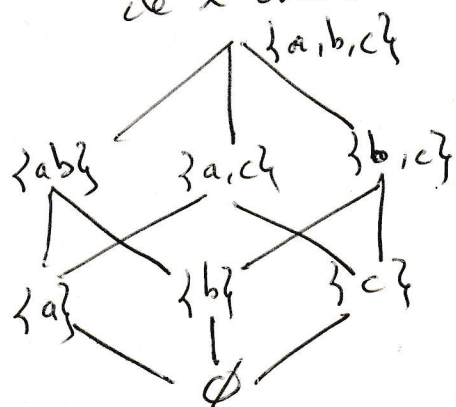
Pour n=3



solide cube !!

Th: Tout algèbre de Boole est isomorphe à $(\mathcal{P}(A), \subseteq)$ (Ensemble des parties de l'ensemble A muni de l'inclusion)

$A = \{a, b, c\}$



2 treillis sont isomorphes si leurs diagrammes de Hasse sont identiques