Relations d'équivalence - Treillis - TP 1-2 - 2011-2012

Université de Bourgogne - Licence 2 - Dépt IEM

Exercice 1 : Relation Soit B_n l'ensemble des mots binaires de taille n. On dit que deux mots m_1, m_2 sont équivalents s'il existe une décomposition de $m_1 = uv$ telle que $m_2 = vu$ ou u et v sont des mots éventuellements vides. Compter le nombre de classes d'équivalences de B_n muni de cette relation d'équivalence. Pour chaque classe d'équivalence, donner le plus petit mot en ordre lexicographique qui lui appartient. Ne considérer que les mots de Lyndon (qui ne sont pas périodiques - c'est à dire les mots m qui ne peuvent pas s'écrire $m = u^k$). Construire un cycle universel pour les suites binaires de taille n (il suffit de concaténer par ordre lexicographique les mots de Lyndon de tailles k ou k divise n).

Exemple: Si $n = 4$ les mots de Lyndon de taille divisant 4 sont: 0 0001 0011 01 0111 1

Exercice 2 : Treillis Soit X l'ensemble des bons parenthésages de taille 6. Exemple: ()()() ou (())(). On dit qu'un parenthésage couvre un autre si le premier se transforme en le deuxième par une transformation $)(--->()$.

En considérant le nombre de parenthèses ouvrantes situées avant chaque parenthèses fermantes, donnez un algorithme permettant de générer une et une seule fois tous les codes des bons parenthèsages de taille $2n$.

En déduire un algorithme permettant d'afficher tous les bons parenthèsages d'une taille donnée.

Donner une procédure permettant de trouver le sup et l'inf de deux éléments quelconque.

Le rang $rg(p)$ d'un parenthèsage p est la somme des éléments du code moins $\frac{n(n+1)}{2}$.

Donner un algorithme permettant de calculer le nombre minimum de transformations nécessaires pour transformer un parenthèsages p_1 en un autre p_2. La distance est donnée par la $d(p_1, p_2) = rg(p_1) + rg(p_2) - 2rg(inf(p_1, p_2))$.